

## COLLE 04

EXERCICE 1 - Variations la constante...

Résoudre les équations différentielles suivantes :

1.  $y' + y = \frac{1}{1+e^x}$  sur  $\mathbb{R}$ ;
2.  $(1+x)y' + y = 1 + \ln(1+x)$  sur  $] -1, +\infty[$ ;
3.  $y' - \frac{y}{x} = x^2$  sur  $]0, +\infty[$ ;
4.  $y' - 2xy = -(2x-1)e^x$  sur  $\mathbb{R}$ ;
5.  $y' - \frac{2}{t}y = t^2$  sur  $]0, +\infty[$ ;

EXERCICE 2 - Équations du second ordre à coefficients constants

Résoudre les équations différentielles suivantes :

1.  $y'' - y = e^{2x} - e^x$ ;
2.  $y'' + y' + y = \cos(x)$ ;
3.  $y'' - 2y' + y = \sin^2 x$ ;
4.  $y'' + y' + y = e^x \cos(x)$ .

EXERCICE 3 - Forme algébrique, le retour

Déterminer la forme algébrique des nombres complexes suivants :

$$1. z_1 = (2 + 2i)^6 \quad 2. z_2 = \left( \frac{1 + i\sqrt{3}}{1 - i} \right)^{20} \quad 3. z_3 = \frac{(1 + i)^{2000}}{(i - \sqrt{3})^{1000}}.$$

EXERCICE 4 - Forme exponentielle et formule d'Euler

Soient  $a, b \in ]0, \pi[$ . Écrire sous forme exponentielle les nombres complexes suivants :

$$1. z_1 = 1 + e^{ia} \quad 2. z_2 = 1 - e^{ia} \quad 3. z_3 = e^{ia} + e^{ib} \quad 4. z_4 = \frac{1 + e^{ia}}{1 + e^{ib}}.$$

EXERCICE 5 - Racines  $n$ -ièmes

Résoudre les équations suivantes :

$$1. z^3 = 1 + i\sqrt{3} \quad 2. z^6 = \frac{-4}{1+i\sqrt{3}} \\ 3. z^5 = \frac{(1+i\sqrt{3})^4}{(1+i)^2}.$$

EXERCICE 6 - Linéariser!

Linéariser  $\cos^5 x$ ,  $\sin^5 x$  et  $\cos^2 x \sin^3 x$ .

EXERCICE 7 - Un calcul d'intégrale

Calculer  $\int_0^{\pi/2} \cos^4 t \sin^2 t dt$ .