COLLE N^0 12

Exercice 1 :

Soit $\sum_{n\geq 0} \frac{e^{-nx}}{1+n^2}$ étudier les différents types de convergences sur $[0;=\infty[$.

Exercice 2 :

Soit $\sum_{n\geq 0} \frac{(-1)-nx}{(1+x^2)^n}$ étudier les différents types de convergences sur $[0;=\infty[$.

Exercice 3 :

Soit $\sum_{n\geq 0} \frac{1}{1+n^2x}$ étudier les différents types de convergences sur $[0;=\infty[$.

Exercice 4 :

Soit $S(x) = \sum_{n\geq 0} \frac{1}{n^2} arctan(n^2x)$, montrer que S est C^1 sur $\mathbb{R}^*$.

49. Soit $[u_n]_{n\geq 1}$ la série de fonctions définies sur $[0,1]$ par : $u_n(0) = 0$ et $u_n(x) = x^{2n}\ell n\, x$, pour $x \in]0,1]$. On appelle S_n la somme partielle de rang n de $[\,[u_n]\,]$.

1°) Montrer que, pour tout $n \geq 1$, u_n est continue sur $[0,1]$.

2°) Montrer que la série $[u_n]$ converge simplement sur $[0,1]$ et calculer sa somme S. La suite (S_n) converge-t-elle uniformément sur $[0,1]$?

3°) Montrer que (S_n) converge uniformément sur tout intervalle $[0,a]$, avec $a \in]0,1[$.

52. On considère la série de fonctions $[f_n]$ définies sur $\mathbb{R}$ par : $f_n(x) = n\ \ x\, e^{-nx^2}$ et la suite des sommes partielles (S_n) associée.

Montrer que (S_n) converge uniformément sur tout intervalle $[a,b]$ $(a < b)$ inclus dans $\mathbb{R}^*$, et prouver que sa somme f est sur $\mathbb{R}^*$ la dérivée d'une fonction connue.

Calculer f(x), pour tout $x \in \mathbb{R}^*$. La fonction f est-elle continue en 0 ?

DELCOURT Rémi
Th de convergence dominée pour les suites et les séries de fonctions (TB)
(E9) Excellent.
Ex 1, 2 et ex 49 (Très bien)

Note 17/20 Très bien.

DECOBERT Arnaud
Th de C^0 de la limite d'une suite de fonction. (TB)
(E4) Très bien
Exercices 3 et 4 (TB)
Ex 52 (TBà

Note 18/20 Très bien.

THIOUB Ismaïla

Absente