COLLE N^0 2

Exercice 1 :

Etudier la suite (u_n) suivant les valeurs de u_0.

$$\begin{cases} u_0 \\ u_{n+1} = \dfrac{1+u_n^2}{u_n - 1} \end{cases}$$

Exercice 2 :

Etudier la suite (u_n) avec $u_n = \dfrac{\sum_{l=1}^{n} l!}{(n+1)!}$, monotonie ? convergence ?

Exercice 3 :

Etudier la suite (u_n) suivant les valeurs de u_0.

$$\begin{cases} u_0 \\ u_{n+1} = \dfrac{1+2u_n^2}{4} \end{cases}$$

Exercice 4 :

Déterminer la limite de (u_n) où $u_n = \displaystyle\sum_{l=0}^{2n+1} \frac{n}{n^2+l}$

Exercice 5 :

1. Montrer que l'équation $e^x = x^n$ admet 2 solutions dans $]0;+\infty[$, notées u_n et v_n avec $u_n \leqslant v_n$.
2. Montrer que (v_n) converge vers $+\infty$ et que (u_n) converge vers 1.
3. Trouver un équivalent de $u_n - 1$.

Exercice 6 :

Etudier la suite (u_n) :

$$\begin{cases} u_0 \in]0;1[\\ u_{n+1} = (1-u_n)^2 \end{cases}$$

Exercice 7 :

Prouver la convergence et déterminer la somme de la série de terme général :

a) $u_n = \dfrac{1}{n\sqrt{n+1} + (n+1)\sqrt{n}}$; b) $u_n = \dfrac{n-2}{n(n-1)(n+2)}$

c) $u_n = \dfrac{4n-3}{n(n^2-4)}$ $(n \geqslant 3)$; d) $u_n = \dfrac{\sin(\frac{1}{n(n+1)})}{\cos(\frac{1}{n})\cos(\frac{1}{n+1})}$.