COLLE 7

10 Etudier la nature de l'intégrale généralisée :

a) $\int_1^{+\infty} e^{x^2}\,dx$; b) $\int_0^{+\infty} \frac{\ell n(1+x)}{(1-x)^{2/3}(e^x-1)^{7/4}}\,dx$; c) $\int_0^1 \frac{dx}{e^x-\cos x}$; d) $\int_0^{\pi} \frac{dt}{\sqrt{1+\cos t}}$;

e) $\int_{\pi/3}^{\pi} \frac{dx}{\sqrt{1-2\cos x}}$; f) $\int_0^{+\infty} \sin t \sin\frac{1}{t}\,dt$; g) $\int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{x}\sin\frac{1}{x^2}}{\ell n(1+x)}\,dx$.

11 Etudier la nature de l'intégrale généralisée :

a) $\int_0^{+\infty} \frac{x\,\ell n(x)}{(x^2+1)^2}\,dx$; b) $\int_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{x^2+1}\,e^{-x}\,dx$; c) $\int_0^1 \frac{\mathrm{ch}\,x-\cos x}{x^{5/2}}\,dx$; d) $\int_0^{+\infty} \frac{\ell n(x)}{\sqrt{x+1}}\,dx$;

e) $\int_0^{+\infty} \frac{x^2}{e^x-1}\,dx$; f) $\int_0^1 \sin\frac{1}{x}\,dx$; g) $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x(1+e^x)}}$; h) $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{(\mathrm{sh}\,x)\sqrt{2x^2+x}}\,dx$;

i) $\int_0^{+\infty} \frac{\sqrt[3]{1+x}-\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}}\,dx$;

j) $\int_0^{+\infty} \cos(e^x)\,dx$; on pourra montrer, grâce à un changement de variable, que cette intégrale a même nature que $\int_1^{+\infty} \frac{\cos t}{t}\,dt$, puis, grâce à une intégration par parties, qu'elle a même nature que $\int_1^{+\infty} \frac{\sin t}{t^2}\,dt$

k) $\int_0^{+\infty} \cos(\ell n\,x)\,dx$.; (on pourra calculer $J(A) = \int_1^A \cos(\ell n x)\,dx$, en fonction de A, à l'aide de deux intégrations par parties successives ; vérifier que $\forall t \in \mathbb{R}, \cos t + \sin t = \sqrt{2}\cos\left(t-\frac{\pi}{4}\right)$; puis, en raisonnant par l'absurde, montrer que J(A) ne peut pas avoir de limite réelle quand $A \to +\infty$).

l) $\int_{\frac{2}{\pi}}^{+\infty} \ell n\left(\sin\frac{1}{x}\right)dx$.

14 On considère l'intégrale généralisée : $\int_0^{+\infty} \frac{\ell n\,x}{1+x^2}\,dx$.

a) Etablir sa convergence.

b) Montrer qu'elle est nulle (on pourra scinder l'intervalle d'intégration et utiliser un changement de variable).

c) En déduire, pour tout $a > 0$, $\int_0^{+\infty} \frac{\ell n\,x}{a^2+x^2}\,dx$.

8. Soit $f(x) = \int_1^{+\infty} \frac{t^{-x}}{1+t}\,dt$. Montrer que :

a) f est de classe C^1 sur $\mathbb{R}_+^*$;

b) Pour tout $x > 0$ $f(x+1) + f(x) = \frac{1}{x}$;

c), $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} x\,f(x+1) = 0$, $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} x\,f(x) = 1$.

d) Donner un équivalent de f(x) quand $x \to 0^+$.

e) Etudier le sens de variation de f et en déduire que $\forall x > 1\ \frac{1}{2x} \leq f(x) \leq \frac{1}{2(x-1)}$.

Donner un équivalent de f(x) quand $x \to +\infty$.

SWIECK Maxime

Théorème de continuité sous le signe int   (TB)

Exercice (E10)   (TB)

Ex 10 e) de la fiche Il n'a pas d'idées et une fois un changement de variable proposé, il ne sait pas continuer seul.

Bilan: 13/20 c'est très bien pour le cours et la restitution de l'exercice mais il a trop de mal à faire un exercice qu'il ne connaît pas.

TRUNET Simon

Théorème C1 sous le signe int (Correct)

Ex 8 a) de la fiche (il a été assez bien fait)

Ex 11 k) fiche (manque de temps)

Bilan: 11/20   Ensemble correct.

GROYBOWSLI Matthieu

Théorèmes de comparaison   (TB)

Exercice (E9)   (il ne sait pas dériver int_u(x)^v(x) f(t)dt)

Ex 14 de la fiche. (TB en +inf mais il a du mal en 0)

Bian : 13/20   Satisfaisant.