TS spé

DEVOIR MAISON N^{0}2

Exercice 1 :

1. Soit A en matrice diagonale d'ordre n.
   On note $d_1, d_2, \cdots, d_n$ les éléments de la diagonale.
   Donner une condition sur les d_i, $1 \leqslant i \leqslant n$, pour que A soit inversible et donner dans ce cas sa matrice inverse.
2. (a) On considère la système suivant :
   $$\begin{cases} 2x & -3y & +2z & = x' \\ & y & -3z & = y' \\ & & 2z & = z' \end{cases}$$
   Ecrire x, y et z en fonction de x', y' et z' sans utiliser les matrices.

   (b) On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, donner la matrice inverse de A à l'aide de la question précédente. (Exliquer)

Exercice 2 :

Partie A

1. Vérifier que les nombres $34 + 43$, $57 + 75$, $93 + 39$ sont divisibles par 11.
2. On suppose que l'écritire décimale d'un entier x est $\overline{ab}$ avec $a \neq 0$, c'est à dire que $x = 10a + b$.
   On note y l'entier obtenu en intervertissant les chiffres de x.
   Démontrer que $x + y$ est divisible par 11.
3. Un entier x comportant quatre chiffres s'écrit dans le système décimal $\overline{abcd}$ avec $a \neq 0$.
   En utilisant les congruences modulo 11, démontrer que $x \equiv 0$ (11) si, et seulement si :
   $-a + b - c + d \equiv 0$ (11)
4. En déduire que les entiers de quatre chiffres dont l'écriture décimale est de la forme $\overline{abba}$ avec $a \neq 0$ sont divisibles par 11.

Partie B

On considère un entier a défini par son écriture décimal $a = \overline{a_n a_{n-1} \cdots a_0}$ avec $a_0 \neq 0$:
$a = a_n \times 10^n + a_{n-1} \times 10^{n-1} + \cdots a_1 \times 10 + a_0$.

1. Démontrer qu'un entier est divisible par 11 si, et seulement si, la somme de ses chiffres de rang pair diminuée de la somme de ses chiffres de rang impair est divisible par 11.
2. L'entier 15 374 876 926 816 est-il divisible par 11 ?
3. Déterminer les multiples compris entre 1000 et 9999 dont la somme des chiffres est égale à 11.